

1. Determinați partea întreagă a expresiei $E(n) = \frac{n+1}{n^2+1}, n \in \mathbb{N}^*$.
2. Demonstrați că $x + y + z \geq \sqrt{xy} + \sqrt{yz} + \sqrt{zx}, \quad \forall x, y, z > 0$.
3. Determinați numerele naturale n pentru care este adevărată inegalitatea:
 $2^n > 2n + 1$.
4. Dacă $(a_n)_{n \geq 1}$ este o progresie aritmetică, notăm $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
 Calculați S_{30} , dacă $a_8 + a_{13} + a_{18} + a_{23} = 30$;
5. Arătați că, dacă numerele reale nenule a, b, c sunt în progresie geometrică, în această ordine, atunci ecuația $ax^2 - bx + c = 0$ nu are rădăcini reale.
6. Determinați $m \in \mathbb{R}$ astfel încât parabola $y = x^2 - 2(m+3)x + m^2$ să taie axa Ox în două puncte distincte.
7. Găsiți o relație independentă de x între a și b dacă: $\sin x + \cos x = a$ și $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = b$.
8. Stabiliți natura triunghiului ABC în care $\cos B + \cos C = \sin B + \sin C$.
9. Arătați că un triunghi ABC este dreptunghic în A dacă și numai dacă
 $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$.